Capitolo 1

ESERCIZI SUL POTENZIALE ELETTROSTATICO E SULLE CORRENTI ELETTRICHE

1. Quanto lavoro viene fatto su un protone da parte di un campo elettrico E uniforme di 200 N/C quando la carica si muove per 2 metri nel campo? Quanto vale la differenza di potenziale fra questi due punti?
Soluzione.
Il protone ha carica $e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C. Su di esso agisce una forza

$$F = eE = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 200 = 3.2 \cdot 10^{-17}\ N. \tag{1.1}$$

Il lavoro è dunque

$$W = Fs = 3.2 \cdot 10^{-17} \cdot 2 = 6.4 \cdot 10^{-17}\ J. \tag{1.2}$$

La differenza di potenziale (in valore assoluto) fra i due punti separati da 2 m è

$$\Delta V = \frac{W}{e} = \frac{6.4 \cdot 10^{-17}}{1.6 \cdot 10^{-19}} = 400\ V. \tag{1.3}$$

2. Un elettrone passa fra due punti A e B. Nel punto A esso ha velocità $v_A = 4 \cdot 10^5$ m/s. Che differenza di potenziale ci

deve essere fra questi due punti affinchè l'elettrone si arresti nel punto finale?
Soluzione.
La differenza di energia potenziale è legata alla differenza di potenziale da $U_B - U_A = -e(V_B - V_A)$.
Poichè il campo elettrico è conservativo, l'energia meccanica è conservata. Questo significa che

$$\frac{1}{2}mv_A^2 + U_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + U_B. \tag{1.4}$$

Poichè $v_B = 0$, troviamo che la differenza di energia potenziale è

$$U_B - U_A = \frac{1}{2}mv_A^2, \tag{1.5}$$

che può essere anche riscritta come

$$-e(V_B - V_A) = \frac{1}{2}mv_A^2. \tag{1.6}$$

La differenza di potenziale è quindi

$$\begin{aligned} V_B - V_A &= -\frac{mv_A^2}{2e} \\ &= -\frac{9.1 \cdot 10^{-31} \cdot 16 \cdot 10^{10}}{2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} \sim -0.5\ V. \end{aligned}$$

3. Quanto lavoro deve essere svolto per muovere un numero di Avogadro di elettroni da un punto A che si trova a 6 V a un punto B che si trova a -10 V?
Soluzione.
La differenza di potenziale potenziale fra B ed A è

$$V_B - V_A = -10 - 6\ V = -16\ V. \tag{1.7}$$

Fra i due punti esiste un campo elettrico che va dal punto A (a potenziale maggiore) al punto B (a potenziale minore). Poichè gli elettroni tendono a muoversi in verso opposto al campo, si deve fare un lavoro positivo per farli muovere da A a B. Questo lavoro è pari alla differenza di potenziale per la carica dell'elettrone

$$W = -e(V_B - V_A) = -1.6 \cdot 10^{19} \cdot -16 \ J = 71 \cdot 10^{-19} \ J. \tag{1.8}$$

Il lavoro fatto per muovere un numero di Avogadro è pari al lavoro per muovere un singolo elettrone per il numero di avogadro N_A. Dunque

$$W_{tot} = WN_A == 71 \cdot 10^{-19} \cdot 6.02 \cdot 10^{23} =\sim 4.3 \cdot 10^6 \ J. \tag{1.9}$$

4. Un filo di rame di sezione $A = 3 \cdot 10^{-6}$ m^2 è attraversato da una corrente $I = 10$ A. Trovare la velocità con cui si muovono gli elettroni a causa del campo elettrico.
Soluzione.
La densità di corrente è data da

$$J = \frac{I}{A} = \frac{nev}{A}, \tag{1.10}$$

dove n è il numero di elettroni per unità di volume presenti nel rame. Quindi la velocità è uguale a

$$v = \frac{I}{Ane}. \tag{1.11}$$

Per calcolarla dobbiamo conoscere n. La densità del rame è $\rho = 8.95$ g/cm^3. Poichè $\rho = m/V$, possiamo scrivere che

$$V = \frac{m}{\rho}. \tag{1.12}$$

Supponiamo di considerare la massa di una mole di rame, la quale vale $m = 63.5$ g. La formula sopra ci permette quindi di ricavare il volume di una mole di rame,

$$V_{mole} = \frac{m_{mole}}{\rho} = \frac{63.5}{8.95} = 7.1\ cm^3. \tag{1.13}$$

In una mole ci sono N_A atomi di rame. Supponiamo che ogni atomo fornisca un elettrone alla corrente. Allora il numero di elettroni per unità di volume sarà pari al numero di elettroni contenuti in una mole (cioè N_A) diviso per il volume di una mole,

$$n = \frac{N_A}{V_{mole}} = \frac{6.02 \cdot 10^{23}}{7.1} = 0.85 \cdot 10^{23}\ elettroni/cm^3. \tag{1.14}$$

Poichè 1 cm^3 = 10^{-6} m^3, troviamo $n = 0.85 \cdot 10^{29}$ elettroni/m^3. Tornando alla formula per la velocità troviamo infine

$$v = \frac{I}{Ane} = \frac{10}{3 \cdot 10^{-6} \cdot 0.85 \cdot 10^{29} \cdot 1.6 \cdot 10^{-19}} = 0.25 \cdot 10^{-3}\ m/s. \tag{1.15}$$

5. Calcolare la resistenza per unità di lunghezza di un filo di nikel-cromo avente raggio $r = 0.312$ mm. La resistività è $\rho = 1.5 \cdot 10^{-6}$ Ω·m.

Soluzione.

La seconda legge di Ohm afferma che

$$R = \rho \frac{l}{A}, \tag{1.16}$$

essendo l la lunghezza del filo e A l'area della sua sezione. Quest'ultima è

$$A = \pi r^2 = 3.14159 \cdot 0.312^2 \cdot 10^{-6}\ m^2 = 0.3 \cdot 10^{-6}\ m^2 \tag{1.17}$$

La resistenza per unità di lunghezza è quindi data da

$$\frac{R}{l} = \frac{\rho}{A} = \frac{1.5 \cdot 10^{-6}}{0.3 \cdot 10^{-6}} = 5\ \Omega/m. \tag{1.18}$$

6. Su una lampadina è segnata la sigla 220 V / 75 W. Trovare la resistenza del filamento della lampadina e la corrente che vi circola.
Soluzione.
La tensione ai capi della lampadina è la tensione di rete V=220 V. La potenza della lampadina è = 75 W. Poichè

$$P = IV, \tag{1.19}$$

Questo implica che la corrente che circola nella lampadina è

$$I = \frac{P}{V} = \frac{75}{220} = 0.34\ A. \tag{1.20}$$

Il filamento della lampadina è un conduttore ohmico per il quale vale la legge di Ohm $V = RI$. Quindi la resistenza è

$$R = \frac{V}{I} = \frac{220}{0.34} = 645\ \Omega. \tag{1.21}$$

7. Quanto costa tenere accesa una lampadina di potenza 100 W per 24 ore se il costo dell'elettricità è 0.1 Euro/kWh?
Soluzione.
L'energia dissipata dalla lampadina in un'ora è pari alla potenza W per un'ora, vale a dire 100 Wh=0.1 kWh. In un giorno vengono quindi dissipati 0.1 kWh× 24=2.4 kWh. Il costo della lampadina è 2.4 kWh × 0.1 Euro = 0.24 Euro.
8. Consideriamo due resistenze $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 20\ \Omega$ collegate in serie. Quanto vale la resistenza equivalente?
Soluzione.
La resistenza equivalente è pari alla somma delle due resistenze,

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 10 + 20 = 30\ \Omega. \tag{1.22}$$

9. Supponiamo che le due resistenze del problema precedente siano inserite in un circuito in cui è presente una pila che genera una tensione V =12 V. Che corrente circola nel circuito?
Soluzione.
Dopo avere rimpiazzato le due resistenze con la resistenza equivalente, la corrente che circola sarà data dalla legge di Ohm $V = R_{eq}I$, da cui

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12}{30}\ A = 0.4\ A. \tag{1.23}$$

10. Consideriamo due resistenze $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 40\ \Omega$ collegate in parallelo. Quanto vale la resistenza equivalente?
Soluzione.
La resistenza equivalente è data dalla formula

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}. \tag{1.24}$$

Questa può essere riscritta nella forma

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8\ \Omega. \tag{1.25}$$

11. Supponiamo che le due resistenze del problema precedente siano inserite in un circuito in cui è presente una pila che genera una tensione V =9 V. Che corrente circola nel circuito?
Soluzione.
Dopo avere rimpiazzato le due resistenze con la resistenza equivalente, la corrente che circola sarà data dalla legge di Ohm $V = R_{eq}I$, da cui

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{9}{8}\ A = 1.125\ A. \tag{1.26}$$

12. Due resistenze $R_1 = 10\ \Omega$ e $R_2 = 10\ \Omega$ sono collegate in parallelo. Esse sono quindi collegate in serie con una terza

resistenza $R_3 = 4\Omega$. **Quanto vale la resistenza equivalente?**
Soluzione.
Calcoliamo prima la resistenza equivalente delle due resistenze collegate in parallelo. Essa è

$$R_{par} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{100}{20} = 5\ \Omega. \tag{1.27}$$

Questa resistenza R_{par} è in serie con R_3. la resistenza equivalente sarà quindi

$$R_{eq} = R_{par} + R_3 = 5 + 4\ \Omega = 9\ \Omega. \tag{1.28}$$