

Esercizi svolti di calorimetria

In questa dispensa verrà riportato lo svolgimento di alcuni esercizi inerenti la calorimetria ed i passaggi di stato

Riprendiamo alcuni concetti utili.

- **Calore Q :** Grandezza fisica che misura la quantità di energia che può essere aggiunta o sottratta ad un sistema termodinamico (corpo fisico a cui si possa associare uno stato termodinamico misurato dalla grandezza temperatura T), la quale può provocare la variazione dello stato termico, misurata da ΔT oppure il cambiamento di stato. Si misura in Joule o Calorie ed è una grandezza con segno, ossia si assume positiva se l'energia viene comunicata al sistema e negativa se quest'ultima viene sottratta al sistema stesso.
- **Legge della calorimetria:** Legge che mette in relazione quantitativamente il calore fornito o sottratto ad un sistema alla variazione di stato termico. E' espressa in formule da:

$$Q = m \cdot c_s \cdot \Delta T$$

ove m è la massa del corpo che subisce la variazione di stato termico, c_s il suo calore specifico e ΔT la variazione di temperatura.

- **Calore specifico c_s :** Grandezza fisica che specifica quanta energia è necessaria per far variare di un grado la temperatura dell'unità di massa della sostanza scelta. Si misura in $J/Kg \cdot ^\circ C$, oppure in $cal/Kg \cdot ^\circ C$. Varia da sostanza a sostanza. A seconda del suo valore numerico, possiamo suddividere i corpi in conduttori di calore e in isolanti, a seconda che esso sia basso (nel caso dei conduttori, che necessitano di poca energia per variare la temperatura) o alto (per gli isolanti che quindi, avendo un calore specifico alto sono più difficili da scaldare o raffreddare, ovvero serve più energia per produrre la variazione della temperatura). Il prodotto $m \cdot c_s$ viene definito capacità termica della sostanza.
- **Caloria:** Unità di misura alternativa per il calore, definita come quantità di energia necessaria per innalzare la temperatura di $1g$ di acqua distillata da $14,5C$ a $15,5C$. A norma dell'esperimento di Joule si ha che:

$$1Cal = 4,186J$$

- **Equilibrio termico:** fenomeno, già analizzato in termologia, per cui due corpi che si trovano in due stati termici diversi, se messi a contatto, dopo un certo periodo di tempo, uniformano la propria temperatura. Ciò accade in seguito ad uno scambio di calore: il corpo a temperatura più alta cede calore al corpo a temperatura più bassa che si riscalda, in modo tale che, dopo un certo periodo di tempo, il sistema raggiunge una temperatura, detta T_{eq} . Se gli scambi di calore avvengono senza perdite di energia, ossia il sistema è adiabatico (per esempio, all'interno di un calorimetro ben isolato), si può dire che tutta l'energia perduta dal corpo che si raffredda viene acquisita dal corpo che si riscalda, pertanto vale l'equazione degli scambi di calore. Se il pedice c si riferisce al corpo più caldo e f al corpo più freddo, si ha:

$$-Q_{ceduto} = Q_{assorbito} \Rightarrow -m_c \cdot c_c \cdot (T_{eq} - T_c) = m_f \cdot c_f \cdot (T_{eq} - T_f)$$

Tale relazione permette di calcolare il valore della temperatura di equilibrio, la quale non è in generale la media delle due temperature, ma sarà sempre compresa tra le due.

- **Stato fisico di un corpo:** Maniera di presentarsi di un corpo relativamente alla sua struttura interna microscopica, per quanto riguarda i legami intermolecolari, che macroscopicamente si manifesta attraverso determinate proprietà misurabili. Si distinguono tre stati di aggregazione della materia: solido, liquido ed areiforme. Essi sono caratterizzati da una diversa intensità delle forze intermolecolari di Van del Waals, che costringono le molecole a stare su strutture più o meno ordinate nel caso dei solidi, su strati che possono scorrere gli uni sugli altri per i liquidi e su aggregati disordinati nel caso dei gas. Lo stato fisico è influenzato in primo luogo dalla temperatura del corpo, visto che essa è correlata all'energia cinetica media di agitazione termica delle particelle: se tale agitazione termica è tale da contrastare le forze intermolecolari, a tale temperatura detta

T_t , temperatura di transizione, si ha il passaggio di stato da una struttura più energetica ad una meno energetica (esempio, da solido a liquido). Se l'energia di legame è maggiore dell'agitazione termica, avviene il passaggio inverso.

- **Passaggio di stato:** Cambiamento dello stato fisico conseguente alla variazione dell'entità dei legami intermolecolari, che avviene ad una data T_t . Se il corpo viene portato a tale temperatura, fornendogli calore o sottraendolo, l'energia non viene più utilizzata per variare lo stato termico, ma per allentare o rinsaldare i legami. Tale calore non si manifesta più sotto forma di ΔT , ma appare per questo motivo nascosto: si parla allora di calore latente. La temperatura di un corpo che subisce un passaggio di stato, per tale ragione, rimane costante.
- **Calore latente λ :** Quantità di energia necessaria per far cambiare di stato l'unità di massa di una sostanza che è stata portata alla temperatura a cui avviene quel dato passaggio. È una grandezza con segno, dipende dalla sostanza e dal passaggio stesso (per questo λ prende il nome dal passaggio a cui si riferisce) e si misura in J/Kg o Cal/Kg .

CALORE E VARIAZIONE DELLA TEMPERATURA

1

Specificare quanta energia si deve comunicare ad una massa $m = 32Kg$ di ferro puro ($c_s = 0,5 KJ/Kg \cdot ^\circ C$) per portarla da $T_0 = 25 C$ alla temperatura di fusione $T_f = 1750 C$

Si tratta di un'applicazione diretta della legge della calorimetria. Valutiamo inizialmente la variazione di temperatura:

$$\Delta T = T_f - T_0 = 1750 - 25 = 1725 C$$

Notiamo che $0,5 KJ = 500 J$. Applichiamo allora la legge:

$$Q = 32 \cdot 500 \cdot 1750 = 2,76 \cdot 10^7 J$$

2

Quanto vetro si riesce a raffreddare da $T_0 = 10 C$ a $T_f = -5 C$ sottraendo $Q = -10^3 J$ di calore? Il calore specifico del vetro vale $c_s = 0,2 Kcal/Kg \cdot C$

Lo sbalzo di temperatura vale $\Delta T = -5 - (10) = -15 C$. Trasformiamo il calore specifico in *Joule/Kg*: C : se $1 Cal = 4,186 J$ allora $1 Kcal = 1000 Cal = 4186 J$. Pertanto il valore del calore specifico è di $c_s = 0,2 \cdot 4186 = 837,2 J/Kg \cdot C$.

Applichiamo ora la formula inversa della legge della calorimetria per determinare la massa:

$$m = \frac{Q}{c_s \cdot \Delta T} = \frac{-1000}{837,2 \cdot (-15)} = 0,0079 Kg$$

ossia circa $8 g$.

3

Comunicando $Q = 500 KCal$ ad un corpo di massa $m = 2 Kg$, si innalza la sua temperatura di $45 C$. Quanto vale la capacità termica di quel corpo?

La capacità termica C è data dal prodotto $m \cdot c_s$.

Trasformiamo il calore in Joule:

$$Q = 500 Kcal = 500 \cdot 4186 = 2.093.000 J$$

Calcoliamo direttamente la capacità termica:

$$C = \frac{Q}{\Delta T} = \frac{2.093.000}{45} = 46.511,11 J/C$$

Una pentola d'acqua contiene $m = 10\text{ l}$ di liquido inizialmente alla temperatura di $T_0 = 18\text{ C}$. Il liquido viene riscaldato fino a 50 C e quindi si immerge nella pentola un vaso di vetro ($c_s = 1800\text{ J/Kg} \cdot \text{C}$), innalzando la temperatura del materiale di 76 C . Quale è la massa del vaso?

Determiniamo inizialmente il calore fornito all'acqua, che riscalda la massa di $\Delta T = 50 - 18 = 32\text{ C}$. Ricordiamo che il calore specifico dell'acqua è di $4186\text{ J/Kg} \cdot \text{C}$. Quindi:

$$Q = m \cdot c_{acqua} \cdot \Delta T = 10 \cdot 4186 \cdot 32 = 1.339.520\text{ J}$$

Se lo scambio di calore avviene adiabaticamente, possiamo supporre che tutto il calore immagazzinato inizialmente nell'acqua si trasferisca al vetro, per cui:

$$m = \frac{Q_{acqua}}{c_{vetro} \Delta T_{vetro}} = \frac{1.339.520}{1800 \cdot 76} = 9,79\text{ Kg}$$

L'EQUILIBRIO TERMICO

4

Due masse d'acqua, $m_1 = 23\text{ l}$ e $m_2 = 52\text{ l}$ sono a differenti temperature: $T_1 = 32\text{ C}$ e $T_2 = 54\text{ C}$. Se mescolate insieme, quale temperatura di equilibrio raggiungono?

In situazione di scambi di calore adiabatici, possiamo pensare che tutto il calore perduto dalla massa m_2 , più calda, sia acquisito dalla massa m_1 , più fredda. Quindi:

$$-Q_2 = Q_1 \Rightarrow -m_2 \cdot c_2 \cdot (T_{eq} - T_2) = m_1 \cdot c_1 \cdot (T_{eq} - T_1)$$

In questo caso $c_1 = c_2$, perchè si tratta della medesima sostanza, e quindi nell'equazione si può semplificare, ottenendo:

$$-m_2 \cdot (T_{eq} - T_2) = m_1 \cdot (T_{eq} - T_1) \Rightarrow -m_2 \cdot T_{eq} + m_2 T_2 = m_1 T_{eq} - m_1 T_1$$

Quindi:

$$-m_2 T_{eq} - m_1 T_{eq} = -m_2 T_2 - m_1 T_1 \Rightarrow T_{eq}(m_1 + m_2) = m_1 T_1 + m_2 T_2 \Rightarrow T_{eq} = \frac{m_1 T_1 + m_2 T_2}{m_1 + m_2}$$

A questo punto, sostituiamo i valori, avendo che:

$$T_{eq} = \frac{23 \cdot 32 + 52 \cdot 54}{23 + 52} = 47,25\text{ C}$$

che come si vede, è intermedia fra le due, più "spostata" verso quella del corpo di massa maggiore!

5

Una massa d'acqua, $m_{acqua} = 23\text{ l}$ e una massa di vino $m_{vino} = 52\text{ l}$ sono a differenti temperature: $T_{acqua} = 32\text{ C}$ e $T_{vino} = 54\text{ C}$. Se mescolate insieme, quale temperatura di equilibrio raggiungono? Per il calore specifico del vino, si prenda: $c_{vino} = 3250\text{ J/KgC}$

In situazione di scambi di calore adiabatici, possiamo pensare che tutto il calore perduto dal vino, più caldo, sia acquisito dalla massa di acqua più fredda. Quindi:

$$-Q_{vino} = Q_{acqua} \Rightarrow -m_v \cdot c_v \cdot (T_{eq} - T_v) = m_a \cdot c_a \cdot (T_{eq} - T_a)$$

In questo caso $c_a \neq c_v$, quindi nell'equazione si ottiene:

$$-m_v \cdot c_v \cdot T_{eq} + m_v \cdot c_v \cdot T_v = m_a \cdot c_a \cdot T_{eq} - m_a \cdot c_a \cdot T_a$$

Quindi:

$$-m_v \cdot c_v \cdot T_{eq} - m_a \cdot c_a \cdot T_{eq} = -m_v \cdot c_v \cdot T_v - m_a \cdot c_a \cdot T_a$$

Ossia:

$$T_{eq}(m_a \cdot c_a + m_v \cdot c_v) = m_a \cdot c_a \cdot T_a + m_v \cdot c_v \cdot T_v \Rightarrow T_{eq} = \frac{m_a \cdot c_a \cdot T_a + m_v \cdot c_v \cdot T_v}{m_a \cdot c_a + m_v \cdot c_v}$$

A questo punto, sostituiamo i valori, avendo che:

$$T_{eq} = \frac{23 \cdot 4186 \cdot 32 + 52 \cdot 3250 \cdot 54}{23 \cdot 4186 + 52 \cdot 3250} = 46,01\text{ C}$$

6

Allo scopo di determinare il calore specifico di un metallo, si introduce una massa $m = 100\text{ g}$ di quel metallo, portata alla temperatura di 100 C per immersione in acqua bollente, in un calorimetro contenente 500 g di acqua alla temperatura di $T_a = 20\text{ C}$. Una volta chiuso il calorimetro, si attende l'equilibrio, mescolando con un agitatore e si riscontra $T_{eq} = 22\text{ C}$. Quanto vale il calore specifico di quel metallo?

In situazione di scambi di calore adiabatici, possiamo pensare che tutto il calore perduto dal metallo x , più caldo, sia acquisito dalla massa di acqua più fredda. Quindi:

$$-Q_x = Q_{acqua} \Rightarrow -m_x \cdot c_x \cdot (T_{eq} - T_x) = m_a \cdot c_a \cdot (T_{eq} - T_a)$$

In questo caso $c_a \neq c_v$, quindi nell'equazione si ottiene:

$$m_x \cdot c_x (T_x - T_{eq}) = m_a \cdot c_a \cdot (T_{eq} - T_a) \Rightarrow c_x = \frac{m_a \cdot c_a \cdot (T_{eq} - T_a)}{m_x (T_x - T_{eq})}$$

A questo punto, sostituiamo i valori, avendo che:

$$c_x = \frac{0,5 \cdot 4186 \cdot (22 - 20)}{0,1(100 - 22)} = 536,67\text{ J/KgC}$$

I PASSAGGI DI STATO

7

Calcolare quanto calore è necessario somministrare ad una massa di $1,34\text{ l}$ di acqua a $T_{eb} = 100\text{ C}$, per farla evaporare completamente, sapendo che il calore latente di evaporazione dell'acqua vale $\lambda_{ev} = 540\text{ Kcal/Kg}$

Trasformiamo il calore latente in Joule: $540\text{ Kcal/Kg} = 540 \cdot 4186 = 2.260.440\text{ J/Kg}$. Il calore necessario per compiere il passaggio di stato sarà, allora:

$$Q_{tot} = \lambda_{ev} \cdot m = 3,02 \cdot 10^6\text{ J} = 3,02\text{ MJ}$$

8

Un frigorifero raffredda una massa di $m = 10\text{ g}$ di acqua, inizialmente a $T_0 = 20\text{ C}$, congelandola completamente a $T = 0\text{ C}$. Calcolare la potenza erogata dal frigorifero, se la trasformazione avviene in $t = 4\text{ ore}$. Si assuma $\lambda_{sol} = -335.000\text{ J/Kg}$

E' ovvio che questa trasformazione avviene in due momenti:

1. Raffreddamento dell'acqua dalla temperatura iniziale a quella di congelamento, processo regolato dall'equazione $Q = m \cdot c_{acqua} \Delta T$ e richiedente, quindi la sottrazione di $Q_{raffr} = 0,01 \cdot 4186 \cdot (-20) = -837,2\text{ J}$
2. Congelamento della massa di acqua, ossia cambiamento di stato e formazione del cubetto di ghiaccio. Il calore occorrente è: $Q = \lambda_{solid} \cdot m = -335.000 \cdot 0,01 = -3350\text{ J}$

Il calore totale sottratto alla massa d'acqua per far avvenire il congelamento, sottratto dal frigorifero e quindi equivalente al lavoro compiuto dal sistema di refrigerazione, vale:

$$L = |-837,2 - 3350| = 4187,2\text{ J}$$

Se tale lavoro è compiuto in $t = 4\text{ h} = 14.400\text{ s}$, la potenza vale:

$$P = \frac{L}{t} = \frac{4187,2}{14400} = 0,29\text{ W}$$