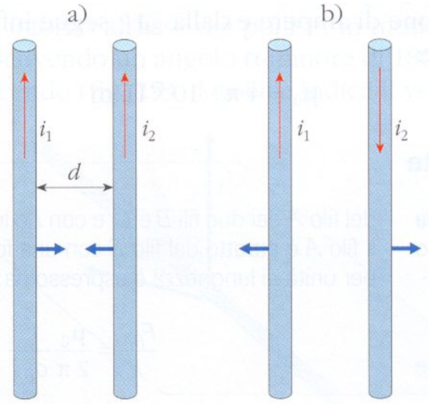
PROBLEMA 1

Due fili lunghi rettilinei paralleli, distanti 5 cm, sono attraversati da correnti rispettivamente di intensità $I_1 = 5$ A e $I_2 = 10$ A. Calcolare la forza d'interazione su 3 m di filo nel caso in cui: a) le correnti abbiano lo stesso verso; b) le correnti abbiano versi opposti.

SOLUZIONE



Due fili rettilinei paralleli percorsi da corrente interagiscono con una forza attrattiva, se le correnti hanno lo stesso verso, o repulsiva, se le correnti hanno verso opposto.

L'intensità di tale forza d'interazione è data da:

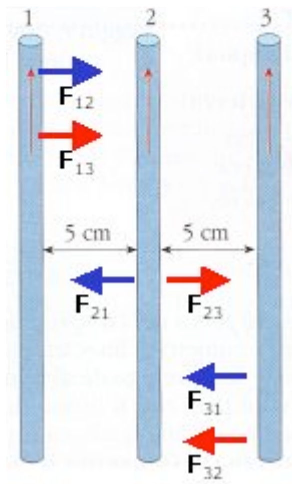
$$F = k_m \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{5 \cdot 10}{0{,}05} \cdot 3 = 6 \cdot 10^{-4} \text{N}$$

dove: $k_m = \dfrac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7}$ H / m

PROBLEMA 2

Tre lunghi fili paralleli sono percorsi da correnti elettriche aventi tutte intensità 10 A. Calcolare le intensità delle forze risultanti per unità di lunghezza (L = 1 m) agenti sui fili.

SOLUZIONE



Poiché le correnti sono concordi i fili interagiranno tra loro con delle forze attrattive. In particolare:

- il filo 1 interagisce con il filo 2 attraverso la forza attrattiva $\mathbf{F_{12}}$ e con il filo 3 attraverso la forza attrattiva $\mathbf{F_{13}}$;
- il filo 2 interagisce con il filo 1 attraverso la forza attrattiva $\mathbf{F_{21}}$ e con il filo 3 attraverso la forza attrattiva $\mathbf{F_{23}}$;
- il filo 3 interagisce con il filo 1 attraverso la forza attrattiva $\mathbf{F_{31}}$ e con il filo 2 attraverso la forza attrattiva $\mathbf{F_{32}}$.

La situazione è schematizzata in figura.

Pertanto, sul filo 1 agiscono due forze concordi la cui risultante è:

$$F = F_{12} + F_{13} = k_m \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d_{12}} + k_m \cdot \frac{I_1 \cdot I_3}{d_{13}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 10}{0{,}05} + 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 10}{0{,}1} = 6 \cdot 10^{-4} \text{N}$$

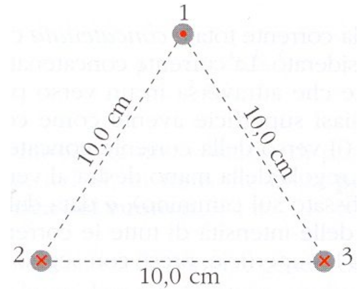
sul filo 2 agiscono due forze discordi la cui risultante è:

$$F = F_{21} - F_{23} = k_m \cdot \frac{I_2 \cdot I_1}{d_{21}} + k_m \cdot \frac{I_2 \cdot I_3}{d_{23}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 10}{0{,}05} - 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 10}{0{,}05} = 0 \, \text{N}$$

sul filo 3 agiscono due forze concordi la cui risultante è:

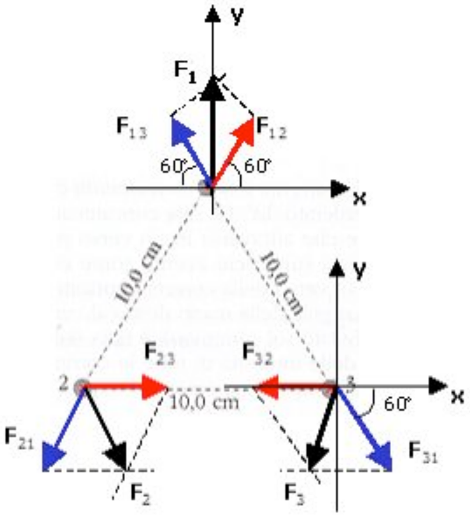
$$F = F_{31} + F_{32} = k_m \cdot \frac{I_3 \cdot I_1}{d_{31}} + k_m \cdot \frac{I_3 \cdot I_2}{d_{32}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 10}{0{,}1} + 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 10}{0{,}05} = 6 \cdot 10^{-4} \text{N}$$

PROBLEMA 3



Tre lunghi fili, disposti come in figura perpendicolarmente al piano del foglio, sono percorsi da una corrente elettrica di 10 A. I punti indicano correnti uscenti dal foglio mentre le croci indicano correnti entranti nel foglio. Calcolare le intensità delle forze risultanti, per metro di lunghezza, sui fili.

SOLUZIONE



Tenendo conto del verso delle correnti i fili interagiranno nel seguente modo:

- il filo 1 interagisce con il filo 2 attraverso la forza repulsiva $\mathbf{F_{12}}$ e con il filo 3 attraverso la forza repulsiva $\mathbf{F_{13}}$;
- il filo 2 interagisce con il filo 1 attraverso la forza repulsiva $\mathbf{F_{21}}$ e con il filo 3 attraverso la forza attrattiva $\mathbf{F_{23}}$;
- il filo 3 interagisce con il filo 1 attraverso la forza repulsiva $\mathbf{F_{31}}$ e con il filo 2 attraverso la forza attrattiva $\mathbf{F_{32}}$.

La situazione è schematizzata in figura.

Poiché le distanze tra i fili sono tutte uguali e gli stessi sono attraversate dalla stessa intensità di corrente, le forza in gioco, grazie anche al principio di azione e reazione, hanno tutte la stessa intensità:

$$F = k_m \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot L = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10 \cdot 10}{0,1} = 2 \cdot 10^{-4} N$$

In definitiva, le risultanti delle forze agenti sui fili le calcoliamo con l'aiuto dell'algebra vettoriale e attraverso considerazioni di carattere geometrico sul triangolo equilatero 123:

Componenti F_{12}	**Componenti F_{13}**
$F_{12x} = F_{12} \cdot \cos 60° = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 60° = 10^{-4} N$ $F_{12y} = F_{12} \cdot sen 60° = 2 \cdot 10^{-4} \cdot sen 60° = 1{,}73 \cdot 10^{-4} N$	$F_{13x} = F_{13} \cdot \cos 60° = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 60° = 10^{-4} N$ $F_{13y} = F_{13} \cdot sen 60° = 2 \cdot 10^{-4} \cdot sen 60° = 1{,}73 \cdot 10^{-4} N$
Risultante F_1	
$F_{1x} = F_{12x} - F_{13x} = 10^{-4} - 10^{-4} = 0 N$ $F_{1y} = F_{12y} + F_{13y} = 1{,}73 \cdot 10^{-4} + 1{,}73 \cdot 10^{-4} = 3{,}46 \cdot 10^{-4} N$	$F_1 = \sqrt{(F_{1x})^2 + (F_{1y})^2} = \sqrt{(3{,}46 \cdot 10^{-4})^2} = 3{,}46 \cdot 10^{-4} N$

Componenti F_{31}	**Componenti F_{32}**
$F_{31x} = F_{31} \cdot \cos 60° = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \cos 60° = 10^{-4} N$ $F_{31y} = F_{31} \cdot sen 60° = 2 \cdot 10^{-4} \cdot sen 60° = 1{,}73 \cdot 10^{-4} N$	$F_{32x} = 2 \cdot 10^{-4} N$ $F_{32y} = 0 N$
Risultante F_3 = Risultante F_2	
$F_{3x} = F_{32x} - F_{31x} = 2 \cdot 10^{-4} - 10^{-4} = 10^{-4} N$ $F_{3y} = F_{12y} + F_{13y} = 1{,}73 \cdot 10^{-4} + 1{,}73 \cdot 10^{-4} = 3{,}46 \cdot 10^{-4} N$	$F_1 = \sqrt{(F_{3x})^2 + (F_{3y})^2} = \sqrt{(10^{-4})^2 + (1{,}73 \cdot 10^{-4})^2}$ $= 2 \cdot 10^{-4} N$

PROBLEMA 4

Consideriamo due fili conduttori paralleli percorsi rispettivamente dalle correnti $I_1 = 0,5$ A e $I_2 = 2,0$ A. Su un tratto lungo 20 cm di questi fili agisce una forza di $6,0 \cdot 10^{-7}$ N. Calcolare:

1. La distanza cui si trovano i fili
2. Il valore del campo magnetico prodotto dal primo filo alla distanza a cui si trova il secondo filo.

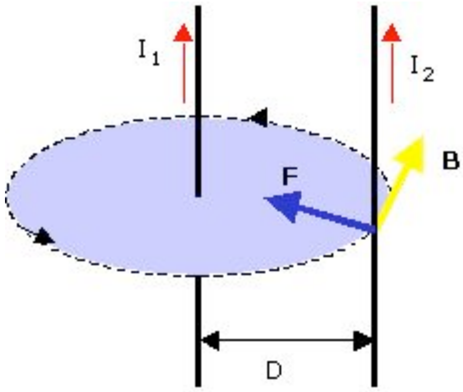
SOLUZIONE

Le esperienze di Oersted e di Faraday mostrano che esiste una relazione tra corrente elettrica e campo magnetico:

- ➔ Un filo percorso da corrente genera un campo magnetico
- ➔ Un filo percorso da corrente, in un campo magnetico, subisce una forza

Di conseguenza:

- ❑ Tra due fili percorsi da corrente nasce una forza magnetica, infatti ciascuno di essi genera un campo magnetico e subisce la forza del campo creato dall'altro.



In formula:

(1) $$F = k \cdot \frac{I_1 I_2}{D} \cdot L \qquad \text{dove: } k = \frac{\mu_0}{2\pi} = 2 \cdot 10^{-7} N/A^2$$

1. La distanza cui si trovano i fili la calcoliamo come formula inversa della (1):

$$D = \frac{k \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot L}{F} = \frac{2 \cdot 10^{-7} \cdot 0,5 \cdot 2 \cdot 0,2}{6,0 \cdot 10^{-7}} = 0,067m = 6,7cm$$

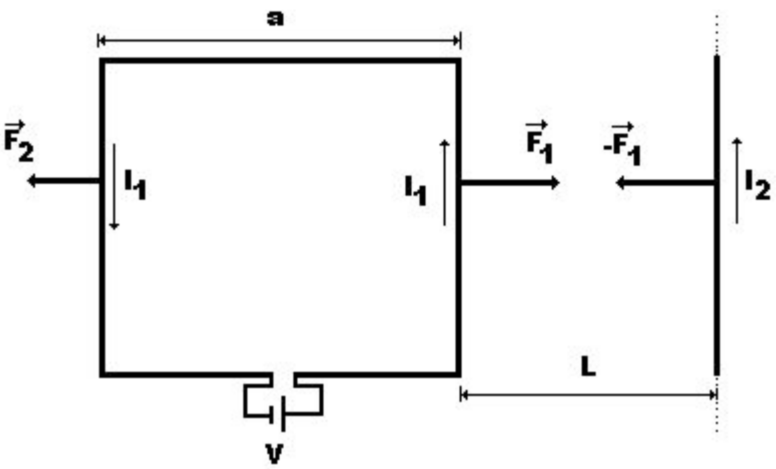
2. Il campo magnetico prodotto dal primo filo alla distanza D cui si trova il secondo filo si calcola come:

$$B = k \cdot \frac{I_1}{D} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{0,5}{0,067} = 15,0 \cdot 10^{-7} T$$

PROBLEMA 5

Ai morsetti di una spira quadrata di lato a assegnato è applicata una differenza di potenziale V che fa circolare una corrente I_1. Si ponga nel piano della spira, parallelamente ad un suo lato, ad una distanza L da questo, un filo conduttore indefinito percorso da una corrente di intensità I_2 in modo tale che la spira venga attratta verso il filo con una forza complessiva di intensità F. Se si assumono i seguenti valori: $a = 0,50$ m; $L = 1,0 \cdot 10^{-3}$ m; $F = 5,0 \cdot 10^{-4}$ N; $I_2 = 10$ A; $V = 20$ V; $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A^2 (si trascuri la distanza dei morsetti ai quali è applicata la d.d.p. V) calcolare la resistenza elettrica della spira.

SOLUZIONE



Se il filo e la spira si attraggono, significa che la corrente del filo e quella del lato della spira a distanza L sono parallele e concordi, per cui ne consegue che tale lato è attratto verso il filo da una forza di intensità:

$$F_1 = k \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{L} \cdot a$$

Il lato della spira che dista L + a dal filo è respinto con una forza di intensità:

$$F_2 = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{L + a} \cdot a$$

ne consegue che la forza complessiva F ha un modulo pari a:

$$F = F_1 - F_2 = k \cdot I_1 \cdot I_2 \cdot \frac{a^2}{L \cdot (a + L)}$$

da cui si ricava la corrente incognita I_1:

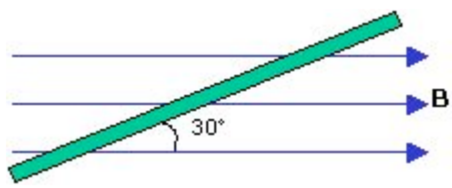
$$I_1 = \frac{L \cdot (a + L)}{k \cdot a^2} \cdot \frac{F}{I_2} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot (0{,}50 + 1{,}0 \cdot 10^{-3})}{2 \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}50^2} \cdot \frac{5{,}0 \cdot 10^{-4}}{10} = 0{,}50\text{A}$$

In definitiva la resistenza della spira, per la legge di Ohm, è data da:

$$R = \frac{V}{I_1} = \frac{20}{0{,}50} = 40\,\Omega$$

PROBLEMA 6

Un filo rettilineo percorso da corrente, immerso per un tratto di 25 cm in un campo di induzione magnetica uniforme B = $2{,}0 \cdot 10^{-3}$ T, è soggetto a una forza F = $1{,}0 \cdot 10^{-3}$ N. Sapendo che l'angolo formato dalla direzione del filo con le linee di forza è 30°, calcolare l'intensità di corrente che percorre il filo.



SOLUZIONE

Un filo conduttore di lunghezza L percorso da corrente i e immerso in un campo di induzione magnetica **B** è soggetto ad una forza **F** la cui intensità è data dalla formula:

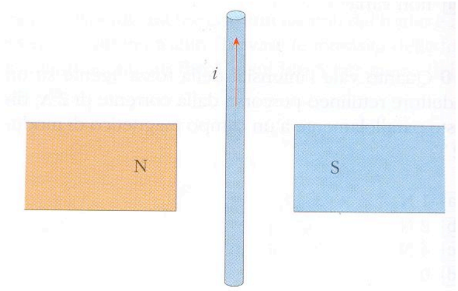
$$F = BiL\text{sen}\alpha$$

da cui è possibile ricavare l'intensità di corrente, come richiesto dal problema:

$$i = \frac{F}{BL\text{sen}\alpha} = \frac{1{,}0 \cdot 10^{-3}}{2{,}0 \cdot 10^{-3} \cdot 0{,}25 \cdot \text{sen}30} = 4{,}0\text{ A}$$

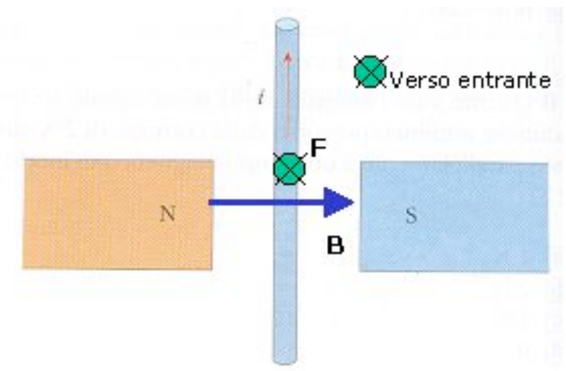
PROBLEMA 7

Un filo rettilineo percorso da una corrente elettrica d'intensità 2 A si trova immerso per un tratto di L = 10 cm in un campo di induzione magnetica uniforme B = 0,5 T, come rappresentato in figura.



- Determinare l'intensità, la direzione e il verso della forza **F** agente sul filo.

SOLUZIONE



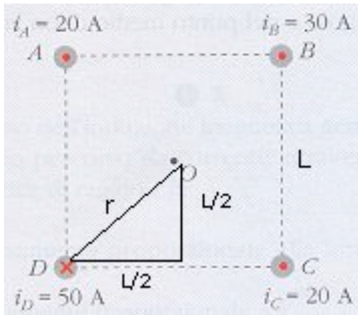
Tenendo presente che il campo **B** è diretto da nord N verso sud S e che la corrente è diretta verso l'alto, mediante la regola della mano destra possiamo affermare che la forza agente sul filo ha:

- direzione perpendicolare al piano che contiene **B** ed **L** (perpendicolare alla pagina)
- verso entrante nel piano che contiene **B** ed **L** (verso l'interno della pagina)
- modulo pari a:

$$F = BiL = 0{,}5 \cdot 2 \cdot 0{,}10 = 0{,}1\,\mathrm{N}$$

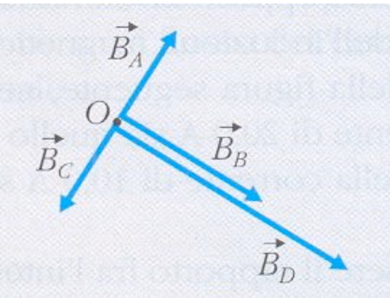
PROBLEMA 8

Quattro lunghi fili paralleli sono percorsi da correnti elettriche aventi i versi e le intensità indicati in figura. Sapendo che i fili sono posizionati ai vertici di un quadrato di lato L = 40 cm, calcolare il campo di induzione magnetica nel centro O del quadrato.



SOLUZIONE

Il campo di induzione magnetica **B** nel centro del quadrato è dato dalla somma vettoriale dei campi $\mathbf{B}_A$, $\mathbf{B}_B$, $\mathbf{B}_C$ e $\mathbf{B}_D$ originati rispettivamente dai fili *A, B,* C, *D* e orientati come in figura.



Si ha pertanto:

$$\vec{B} = \vec{B}_A + \vec{B}_B + \vec{B}_C + \vec{B}_B$$

I campi $\mathbf{B}_A$ e $\mathbf{B}_C$ hanno modulo uguale e verso opposto, quindi si annullano; i campi $\mathbf{B}_B$ e $\mathbf{B}_D$ invece hanno la stessa direzione e lo stesso verso. Si osserva, inoltre, che la distanza r dei fili dal centro del quadrato è uguale alla semidiagonale del quadrato, che per il teorema di Pitagora vale:

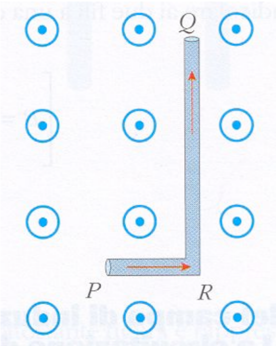
$$r = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{L^2}{4} + \frac{L^2}{4}} = \sqrt{\frac{L^2}{2}} = \frac{L}{\sqrt{2}} = \frac{0{,}40}{\sqrt{2}} = 0{,}28\,\mathrm{m}$$

Il campo risultante **B** ha dunque modulo:

$$B = B_B + B_D = k \cdot \frac{i_B}{r} + k \cdot \frac{i_D}{r} = \frac{k}{r} \cdot (i_B + i_C) = \frac{2 \cdot 10^{-7}}{0,28} \cdot (30 + 50) = 5,7 \cdot 10^{-5}\ T$$

ed è diretto verso C lungo la direzione della diagonale AC.

PROBLEMA 9



Un filo, percorso da una corrente di intensità I = 5,0 A, comprende due tratti rettilinei immersi in un campo di induzione magnetica uniforme a essi ortogonale (entrante nel foglio) di modulo B = $2,0 \cdot 10^{-2}$ T. Il tratto PR è lungo 5,0 cm e il tratto RQ è lungo 12 cm.

1. Calcolare l'intensità della forza agente su ogni tratto del filo e quella della forza risultante.
2. Se ai due estremi di filo si sostituisce fra P e Q un unico tratto percorso dalla stessa corrente, cambia l'intensità della forza risultante?

SOLUZIONE

1. La forza **F** che agisce su un conduttore di lunghezza L immerso in un campo di induzione **B** e attraversato dalla corrente I è data dal seguente prodotto vettoriale:

$$\vec{F} = I\vec{L} \otimes \vec{B}$$

dove:

- la direzione e il verso di **F** si ricavano con la regola della mano destra;
- il modulo di **F** si calcola attraverso la formula: $F = BIL\text{sen}\alpha$

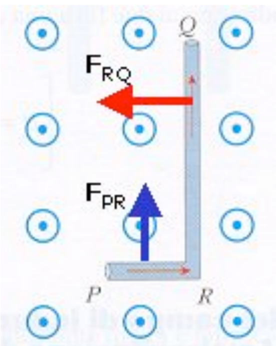
Applicando queste considerazioni al tratto PR e RQ si ottiene:

$$F_{PR} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 0,05 = 0,5 \cdot 10^{-2} N \qquad F_{RQ} = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 1,2 = 1,2 \cdot 10^{-2} N$$

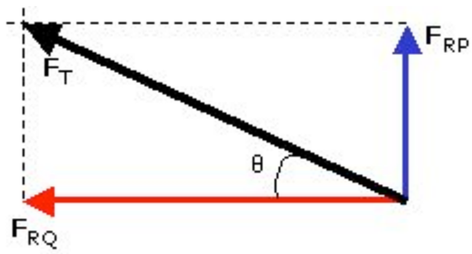
pertanto, la forza risultante sarà:

$$F_T = \sqrt{(F_{PR})^2 + (F_{RQ})^2} = \sqrt{(0,5 \cdot 10^{-2})^2 + (1,2 \cdot 10^{-2})^2} = 1,3 \cdot 10^{-2} N$$

$$\text{tg}\vartheta = \frac{F_{PR}}{F_{RQ}} = \frac{0,5 \cdot 10^{-2}}{1,2 \cdot 10^{-2}} = 0,42 \Rightarrow \vartheta = 22,8°$$

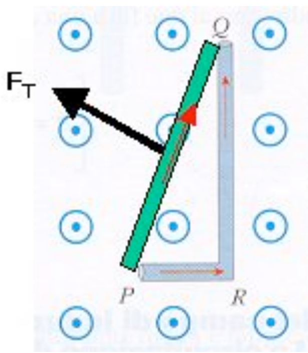


La direzione ed il verso delle forze $\mathbf{F}_{PR}$, $\mathbf{F}_{RQ}$, ricavate con la regola della mano destra, e della forza risultante $\mathbf{F}_T$, ricavata da considerazioni di algebra vettoriale, sono indicate in figura.



2. Il tratto PQ, sostituito ai tratti PR e RQ, per il teorema di Pitagora è lungo:

$$PQ = \sqrt{(PR)^2 + (RQ)^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13\,\text{cm}$$



ed è sottoposto ad una forza F_T il cui modulo è dato da:

$$F_T = 2 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 0{,}13 = 13 \cdot 10^{-2}\,\text{N}$$

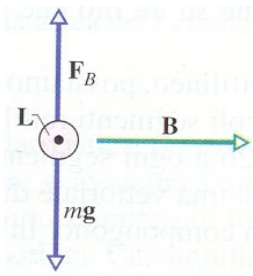
Dal risultato ottenuto, possiamo affermare che se ai due estremi di filo si sostituisce fra P e Q un unico tratto percorso dalla stessa corrente, l'intensità della forza risultante non cambia.

PROBLEMA 10

Un filo rettilineo di rame (densità lineare λ = 46.6 g/m) è percorso da una corrente I = 28 A.

- Calcolare l'intensità e la direzione del campo magnetico **B** necessaria a "far galleggiare" il filo, cioè a bilanciare il suo peso.

SOLUZIONE



La figura mostra un segmento di filo di lunghezza L con la corrente uscente dal piano della pagina.
Se il filo deve "galleggiare", la forza $\mathbf{F}_B$ esercitata su di esso deve essere diretta verso l'alto, ossia in senso opposto alla forza peso **P** = m**g**. Pertanto, il campo **B** sarà diretto orizzontalmente verso destra come richiesto dalla regola della mano destra.

Per la condizione di equilibrio deve essere:

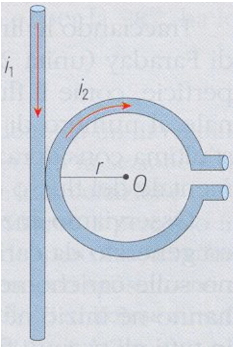
$$F_B = mg \Rightarrow ILB = mg$$

Risolvendo rispetto a B e introducendo i dati del problema si ottiene:

$$B = \frac{mg}{IL} = \lambda \cdot \frac{g}{I} = 46.6 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{9{,}81}{28} = 1{,}6 \cdot 10^{-2}\,\text{T}$$

dove, la densità lineare per definizione è: $\lambda = \dfrac{m}{L}$

PROBLEMA 11



Un lungo filo rettilineo è percorso da una corrente di intensità i_1 = 6,0 A. Subito accanto al filo, si trova una spira circolare di raggio r=0,050 m, in cui scorre una corrente di intensità i_2=4,0 A

- Calcolare l'induzione magnetica nel centro O della spira.

SOLUZIONE

Il campo di induzione magnetica risultante è la somma vettoriale di due contributi: il campo $\mathbf{B}_1$ generato dal filo rettilineo e il campo $\mathbf{B}_2$ dovuto alla spira. Poiché la corrente che scorre nel filo è diretta verso il basso, nel punto O il campo $\mathbf{B}_1$ è uscente dalla pagina (regola mano destra);poiché, inoltre, la distanza di O dal filo coincide con il raggio r della spira, il suo modulo è:

$$B_1 = \frac{\mu_0 i_1}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 6}{2\pi \cdot 0{,}050} = 2{,}4 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

La corrente che scorre in senso orario nella spira, d'altra parte, genera un campo entrante nella pagina (regola mano destra), il cui modulo è dato da:

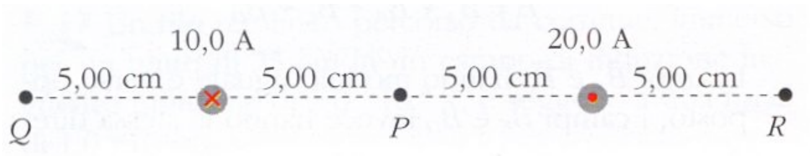
$$B_2 = \frac{\mu_0}{2} \cdot \frac{i_2}{r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7}}{2} \cdot \frac{4}{0{,}050} = 5{,}0 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

Il campo risultante $\mathbf{B} = \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_2$ è dunque perpendicolare alla pagina e, essendo $B_2 > B_1$ è orientato come $\mathbf{B}_2$, cioè in verso entrante. Il suo modulo è dato da:

$$B = B_2 - B_1 = 5{,}0 \cdot 10^{-5} - 2{,}4 \cdot 10^{-5} = 2{,}6 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

PROBLEMA 12

Due lunghi fili paralleli sono percorsi da correnti dirette in verso opposto.



1. Determinare modulo, direzione e verso dell'induzione magnetica risultante nei punti *P,* Q e *R*, nell'ipotesi che il verso della corrente di 20,0 A sia quello uscente dal foglio, e il verso della corrente di 10,0 A sia invece quello entrante.
2. Quanto deve essere il rapporto fra l'intensità di corrente entrante nel foglio e l'intensità di corrente uscente, affinché l'induzione magnetica risultante sia nulla nei punti Q ed R?

SOLUZIONE

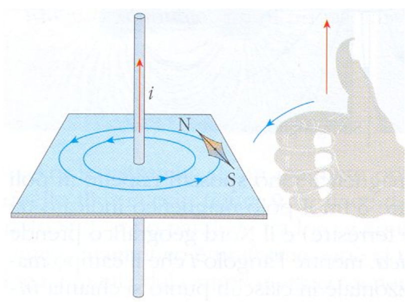
1. Calcoliamo innanzitutto i moduli dell'induzione magnetica **B** nei punti Q, P e R dovuta alle correnti i_1 e i_2:

$$B_{1Q} = k\frac{i_1}{r_{1Q}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10}{0{,}05} = 4 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T} \qquad B_{2Q} = k\frac{i_2}{r_{2Q}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{20}{0{,}15} = 2{,}67 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

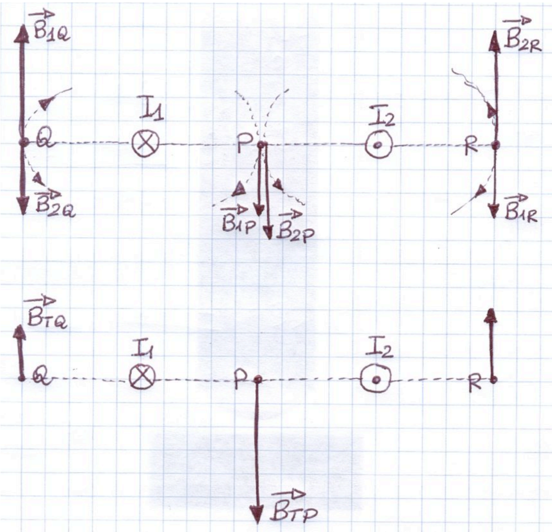
$$B_{1P} = k\frac{i_1}{r_{1P}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10}{0{,}05} = 4 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T} \qquad B_{2P} = k\frac{i_2}{r_{2P}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{20}{0{,}05} = 8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

$$B_{1R} = k\frac{i_1}{r_{1R}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10}{0{,}15} = 1{,}33 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T} \qquad B_{2R} = k\frac{i_2}{r_{2R}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{20}{0{,}05} = 8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

Invece, le linee di forza del campo **B** sono circonferenze concentriche intorno al filo. Il loro verso è messo in relazione con quello della corrente dalla *regola della mano destra:* coincide cioè con il verso in cui si piega la mano destra quando il pollice punta nel verso della corrente. La direzione di **B** è secondo la tangente alla circonferenza avente il centro sull'asse del filo.



Pertanto, dalla situazione riportata in figura possiamo ricavare che:



- il modulo dell'induzione magnetica risultante in Q è dato da:

$$B_Q = B_{1Q} - B_{2Q} = 4 \cdot 10^{-5} - 2{,}67 \cdot 10^{-5} = 1{,}33 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

mentre il verso è quello indicato in figura.

- il modulo dell'induzione magnetica risultante in P è dato da:

$$B_P = B_{1P} + B_{2P} = 4 \cdot 10^{-5} + 8 \cdot 10^{-5} = 12 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

mentre il verso è quello indicato in figura.

- il modulo dell'induzione magnetica risultante in R è dato da:

$$B_R = B_{2R} - B_{1R} = 8 \cdot 10^{-5} - 1{,}33 \cdot 10^{-5} = 6{,}67 \cdot 10^{-5}\ \text{T}$$

mentre il verso è quello indicato in figura.

2. Affinché l'induzione magnetica risultante sia nulla nel punto Q deve essere:

$$B_{1Q} - B_{2Q} = 0 \qquad \text{ossia:} \qquad B_{1Q} = B_{2Q} \quad (1)$$

e sostituendo a B_{1Q} e a B_{2Q} le loro espressioni, siamo in grado di ricavare il rapporto tra le correnti affinché sia valida la (1):

$$k\frac{i_1}{r_{1Q}} = k \cdot \frac{i_2}{r_{2Q}} \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{r_{1Q}}{r_{2Q}} = \frac{0{,}05}{0{,}15} = \frac{1}{3}$$

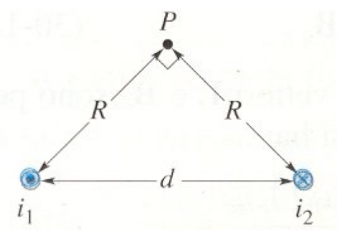
Affinché l'induzione magnetica risultante sia nulla nel punto R deve essere:

$$B_{2R} - B_{1R} = 0 \qquad \text{ossia:} \qquad B_{2R} = B_{1R} \quad (2)$$

e sostituendo a B_{2R} e a B_{1R} le loro espressioni, siamo in grado di ricavare il rapporto tra le correnti affinché sia valida la (1):

$$k\frac{i_2}{r_{2R}} = k \cdot \frac{i_1}{r_{1R}} \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{r_{1R}}{r_{2R}} = \frac{0{,}15}{0{,}05} = 3$$

PROBLEMA 13

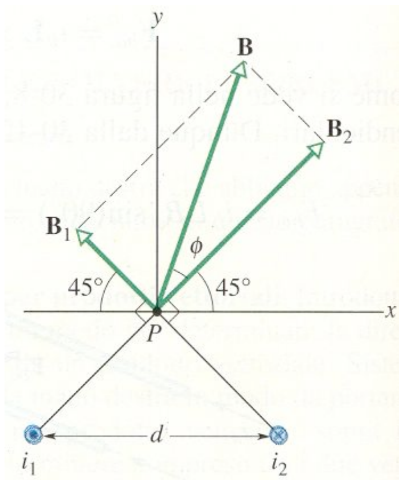


Due fili lunghi paralleli distanti d = 5,3 cm sono percorsi dalle correnti i_1 = 15 A (uscente dal foglio) e i_2 = 32 A (entrante nel foglio).

- Calcolare il vettore campo magnetico risultante **B** nel punto P.

SOLUZIONE

La figura a lato mostra i singoli campi magnetici $\mathbf{B}_1$ e $\mathbf{B}_2$ nel punto P dovuti alle correnti i_1 e i_2 (verificare il loro verso attraverso la regola della mano destra). Il modulo di questi campo è dato da:



$$B_1 = k \cdot \frac{i_1}{R} = k \cdot \frac{i_1}{d/\sqrt{2}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{15}{0{,}053/\sqrt{2}} = 8 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

$$B_2 = k \cdot \frac{i_2}{R} = k \cdot \frac{i_1}{d/\sqrt{2}} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{32}{0{,}053/\sqrt{2}} = 17{,}1 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T}$$

dove, per il teorema di Pitagora:

$$R = \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{d^2}{4} + \frac{d^2}{4}} = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} \quad \text{oppure:} \quad d = R\,\mathrm{sen}45° \Rightarrow R = \frac{d}{\mathrm{sen}45°} = \frac{d}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}}$$

Poiché $\mathbf{B}_1$ e $\mathbf{B}_2$ sono perpendicolari, allora il modulo del campo magnetico risultante **B** nel punto P è:

$$B = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{(8 \cdot 10^{-5})^2 + (17{,}1 \cdot 10^{-5})^2} = 18{,}9 \cdot 10^{-5}\ \mathrm{T} = 189\ \mu\mathrm{T}$$

mentre l'angolo tra **B** e $\mathbf{B}_1$ segue da:

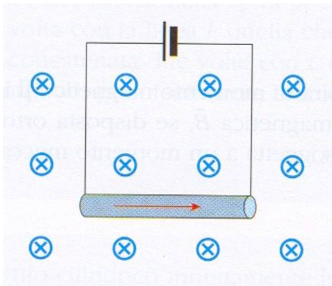
$$\mathrm{tg}\phi = \frac{B_1}{B} = \frac{8 \cdot 10^5}{18{,}9 \cdot 10^5} = 0{,}42 \Rightarrow \phi = 23°$$

Pertanto l'angolo tra **B** e l'asse x è:

$$\phi + 45° = 23 + 45 = 70°$$

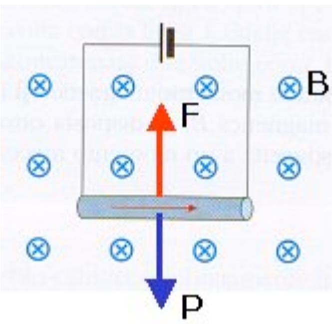
PROBLEMA 14

Un filo lungo 20 cm ha una massa di 15 g ed è collegato a un generatore tramite due conduttori flessibili di peso trascurabile.
Il filo, che è attraversato da corrente, si trova immerso in un campo di induzione magnetica a esso ortogonale di modulo 0,74 T.



- Sapendo che la forza che il campo magnetico esercita sul filo riesce a equilibrare il peso di quest'ultimo, qual è l'intensità della corrente che attraversa il filo?

SOLUZIONE



Poiché il campo di induzione magnetica **B** è ortogonale al filo con verso entrante nel foglio, dalla regola della mano destra si ricava che la forza **F** che agisce sul filo è diretta verso l'alto, come in figura.
La condizione di equilibrio del filo si realizza se la forza **F** è uguale e contraria al peso **P** del filo, ossia:

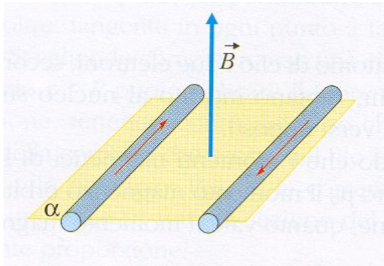
$$F = P$$

Sostituendo alle forze in gioco le loro rispettive relazioni, si ricava un'equazione che risolta ci dà il valore dell'intensità di corrente che attraversa il filo:

$$BiL = mg \Rightarrow i = \frac{mg}{BL} = \frac{0{,}015 \cdot 9{,}81}{0{,}74 \cdot 0{,}20} = 1{,}0\ \mathrm{A}$$

PROBLEMA 15

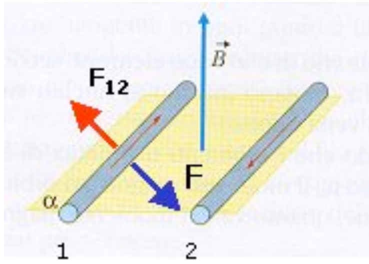
Due lunghi fili paralleli, giacenti su un piano α, sono percorsi in versi opposti da una corrente elettrica di intensità 10 A e sono immersi in un campo di induzione magnetica uniforme **B** perpendicolare al piano α.



- Calcolare il modulo di B necessario affinché ciascun filo sia in equilibrio sotto l'azione dell'altro filo e del campo magnetico uniforme, sapendo che la distanza fra i due fili è 20 cm.

SOLUZIONE

Il modulo della forza che agisce sul filo 1 per effetto della presenza del filo 2 è dato da:



$$F_{12} = k \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{d} \cdot L \quad (1)$$

Il verso di $\mathbf{F}_{12}$ è repulsivo in quanto le correnti sono opposte.

Il modulo dela forza che agisce sul filo 1 per effetto della presenza del campo d'induzione **B** è dato da:

$$F = BiL \quad (2)$$

Il verso di **F** si ricava dalla regola della mano destra e risulta essere opposto a quello di $\mathbf{F}_{12}$.

Pertanto, il filo 1 è in equilibrio se le due forze che agiscono su di esso sono uguali ed opposte:

$$F_{12} = F$$

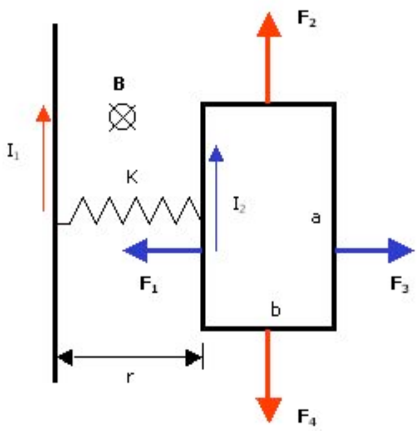
Sostituendo alle forze in gioco le relazioni (1) e (2) si ottiene un'equazione la cui soluzione ci dà il valore del campo d'induzione **B** necessario affinché il filo 1 sia in equilibrio:

$$k \cdot \frac{i_1 \cdot i_2}{d} \cdot L = Bi_1L \Rightarrow B = k \cdot \frac{i_2}{d} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{10}{0{,}20} = 1{,}0 \cdot 10^{-5}\ T$$

Per il filo 2 il risultato è lo stesso in quanto è attraversato dalla stessa corrente del filo 1.

PROBLEMA 16

Un filo rettilineo infinito, non libero di muoversi, è percorso da una corrente I_1 di 20 A. Una spira rettangolare rigida di lati a=3 m (parallelo al filo) e b=20 cm (ortogonale al filo), libera di muoversi lungo una direzione ortogonale al filo, è percorsa da una corrente I_2 = 10A. La spira è trattenuta alla distanza r=10 cm dal filo da una molla isolante di costante elastica K.



1. Dire se la molla è compressa o allungata rispetto alla sua posizione di riposo.
2. Trovare la forza che agisce sulla molla.
3. Se la deformazione della molla è di 8 mm, determinare il valore della cost. elastica K.

SOLUZIONE

1. Il campo magnetico prodotto dal filo rettilineo si trova con la legge di Biot-Savart:

$$B = k\frac{I_1}{r}$$

ed ha come direzione quella perpendicolare al foglio e verso entrante (regola mano destra).

Sulla spira agisce la forza di Lorentz:

$$\vec{F} = I_2\vec{L} \otimes \vec{B}$$

Considerando il verso della corrente orario nella spira, le forze agenti sui 4 rami della spira hanno il verso indicato in figura (regola mano destra). Per ragioni di simmetria le forze $\mathbf{F}_2$ e $\mathbf{F}_4$ hanno lo stesso modulo, quindi si annullano a vicenda, mentre il modulo di $\mathbf{F_1}$ è maggiore di $\mathbf{F}_3$ in quanto il campo B è maggiore vicino al filo. Pertanto la forza netta agente sulla spira è una forza attrattiva e la molla risulta compressa.

2. La forza netta, come abbiamo visto al punto 1., è la differenza tra i moduli di $\mathbf{F}_1$ e $\mathbf{F}_3$:

$$F_T = F_1 - F_3$$

Calcoliamo le forze F_1 e F_3 attraverso la formula: $F = k \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{d} \cdot L$

$$F_1 = k \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{r} \cdot a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{20 \cdot 10}{0{,}10} \cdot 3 = 1{,}2 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$$

$$F_3 = k \cdot \frac{I_1 \cdot I_2}{(r+b)} \cdot a = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{20 \cdot 10}{(0{,}10 + 0{,}20)} \cdot 3 = 0{,}4 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$$

Pertanto la forza di compressione che agisce sulla molla vale:

$$F_T = 1{,}2 \cdot 10^{-3} - 0{,}4 \cdot 10^{-3} = 0{,}8 \cdot 10^{-3}\ \text{N}$$

3. Dalla legge di Hooke sappiamo che la forza elastica di richiamo è:

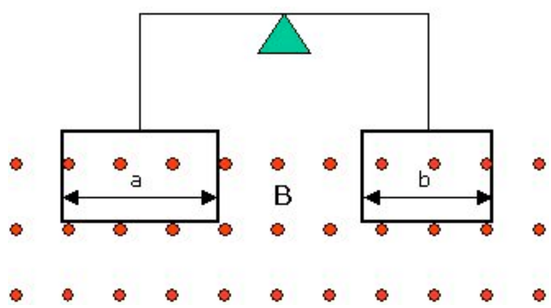
$$F = -K\Delta x$$

da cui è possibile ricavare la costante elastica K della molla:

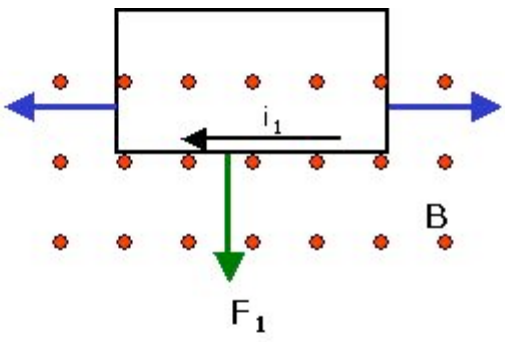
$$K = \frac{F}{\Delta x} = \frac{0{,}8 \cdot 10^{-3}}{8 \cdot 10^{-3}} = 0{,}1\ \text{N/m}$$

PROBLEMA 17

Ai piatti di una bilancia sono sospese due spire rettangolari conduttrici di ugual peso. Le parti inferiori e quelle verticali di entrambe le spire sono immerse in un campo magnetico uniforme **B** ortogonale alle spire e con verso uscente dal foglio., mentre i lati superiori non sono interessati dal campo magnetico. La lunghezza della base della prima spira è a=3 cm mentre quella della seconda è lunga b=2 cm. Calcolare il rapporto tra le correnti che devono circolare nelle spire in modo che la bilancia resti in equilibrio.



SOLUZIONE

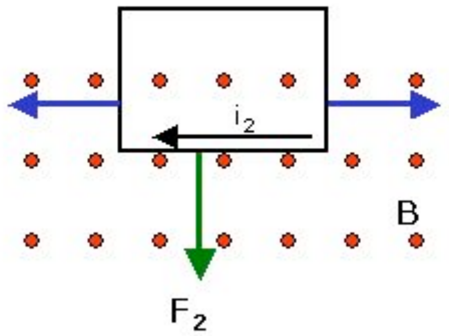


I lati delle spire immersi nel campo magnetico sono soggetti alla forza di Lorentz in quanto percorsi da corrente:

$$F = BiL$$

Attraverso la regola della mano destra, si ricava che le forze agenti sui lati verticali sono uguali ed opposte per cui la loro risultante è nulla; mentre sui lati orizzontali immersi nel campo magnetico agiscono le seguenti forze:

$$F_1 = Bi_1a \qquad F_2 = Bi_2b$$



Affinché la bilancia resti in equilibrio le due forze devono essere uguali:

$$F_1 = F_2$$

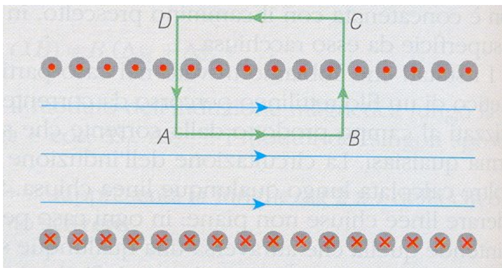
per cui:

$$Bi_1a = Bi_2b \Rightarrow \frac{i_1}{i_2} = \frac{b}{a} = 0{,}67$$

Nel caso in cui le correnti circolassero in senso orario le forze cambierebbero esclusivamente verso, lasciando invariati il rapporto i_1/i_2.

PROBLEMA 18

La figura mostra la sezione di un solenoide retto: i cerchietti con i punti rappresentano correnti uscenti dal foglio, mentre quelli con le croci indicano correnti entranti nel foglio, Sappiamo già che, nel caso ideale di un solenoide infinitamente lungo, il campo magnetico è uniforme all'interno (le linee di forza del campo magnetico si chiudono all'infinito) e nullo all'esterno.



- Determinare il modulo dell'induzione magnetica all'interno del solenoide avente n=1000 spire per unità di lunghezza, percorso da una corrente di intensità i=2 A.

SOLUZIONE

Applichiamo il teorema della circuitazione di Ampère:

$$C(\vec{B}) = \mu_0 i_c \quad (1)$$

al percorso chiuso costituito dal perimetro del rettangolo ABCD, definendo come verso positivo di percorrenza quello indicato in figura. Il contributo alla circuitazione calcolato lungo il segmento CD è nullo, poiché su tutti i punti del segmento è nulla l'induzione magnetica; è ugualmente nullo il contributo lungo i lati BC e *DA,* essendo questi perpendicolari al vettore induzione magnetica B (nei punti interni al solenoide dove il campo è diverso da zero).
Pertanto alla circuitazione di B contribuisce solo il lato *AB,* interno al solenoide e parallelo alle linee di forza del campo. Tenendo conto che B è orientato secondo il verso positivo di percorrenza del segmento *AB* e ha lo stesso modulo in tutti i punti, indicando con L la lunghezza del segmento la circuitazione risulta:

$$C(\vec{B}) = BL \quad (2)$$

D'altra parte, se indichiamo con *N* il numero di spire del solenoide che attraversano la superficie del rettangolo, la corrente totale concatenata con il cammino chiuso considerato è:

$$i_c = N \cdot i = niL \quad \text{essendo} \quad N = n \cdot L$$

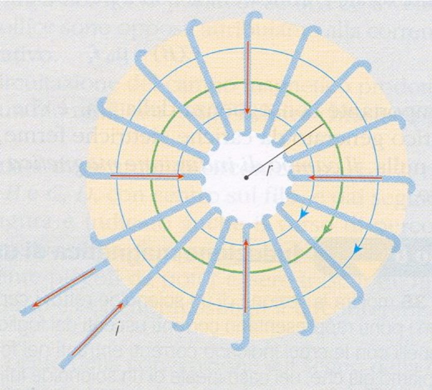
Pertanto, la (1) diventa:

$$C(\vec{B}) = \mu_0 niL \qquad (3)$$

Confrontando la (2) e la (3) si ottiene:

$$BL = \mu_0 niL \Rightarrow B = \mu_0 ni = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1000 \cdot 2 = 2{,}5 \cdot 10^{-3}\ T$$

PROBLEMA 19



Nella figura è rappresentato un solenoide toroidale, avente la forma di una ciambella. Se le sue spire sono avvolte strettamente l'una accanto all'altra, le linee di forza del campo magnetico prodotto dalla corrente che vi scorre sono contenute interamente all'interno della ciambella, mentre all'esterno il campo è nullo.

- Determinare l'induzione magnetica all'interno del solenoide, in un punto a distanza r = 20 cm dall'asse, conoscendo il numero totale *N = 1500* delle spire e l'intensità *i = 3A* della corrente.

SOLUZIONE

Per motivi geometrici, le linee di forza del campo magnetico all'interno del solenoide sono circonferenze con centro sull’asse di simmetria della ciambella; su tutti i punti di una tale circonferenza, inoltre, il modulo B dell'induzione magnetica è costante. In questo modo, infatti, le caratteristiche del campo magnetico sono indipendenti da un'eventuale rotazione del solenoide intorno all'asse, così come, d'altra parte, ne sono indipendenti le proprietà geometriche della corrente che genera il campo.
Applichiamo dunque il teorema di Ampère:

$$C(\vec{B}) = \mu_0 i_c \qquad (1)$$

a una circonferenza di raggio *r* interna al solenoide. Supponendo che la corrente circoli nelle spire nel verso mostrato in figura, e fissando come indicato il verso positivo del cammino circolare, la circuitazione dell'induzione magnetica è:

$$C(\vec{B}) = 2\pi rB \quad (2)$$

Una superficie delimitata dalla circonferenza è attraversata da *N* spire, ciascuna percorsa dalla corrente *i;* pertanto, tenendo anche conto della convenzione sui segni delle correnti, la corrente totale concatenata con la circonferenza è:

$$i_c = Ni$$

Pertanto la (1) diventa:

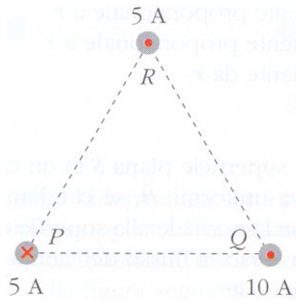
$$C(\vec{B}) = \mu_0 Ni \qquad (3)$$

Dal confronto della (2) con la (3) e risolvendo rispetto a B, si ottiene:

$$2\pi r B = \mu_0 Ni \Rightarrow B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{Ni}{r} = 2 \cdot 10^{-7} \cdot \frac{1500 \cdot 3}{0,20} = 4,5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{T}$$

A differenza del solenoide retto, in cui l'induzione magnetica ha lo stesso modulo B in tutti i punti di una sua sezione, nel solenoide toroidale B non è costante sulla sezione, essendo inversamente proporzionale alla distanza *r* dal centro.

PROBLEMA 20



Tre lunghi fili paralleli passano per i vertici di un triangolo equilatero e sono percorsi da correnti elettriche aventi i versi e i valori indicati in figura.

- Calcolare la circuitazione del campo magnetico risultante lungo la circonferenza inscritta nel triangolo *PQR* e lungo un percorso chiuso comprendente al suo interno i tre fili.

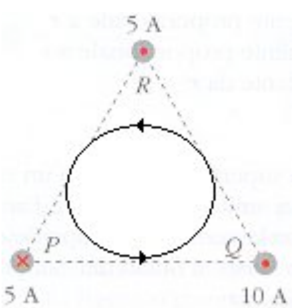
SOLUZIONE

Il teorema della circuitazione di Ampère stabilisce che:

La circuitazione dell'induzione magnetica B, calcolata lungo un percorso chiuso qualsiasi, è uguale al prodotto della permeabilità magnetica μ_0 per la corrente totale i_c concatenata con il percorso:

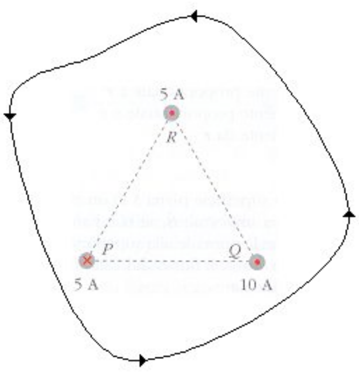
$$C(\vec{B}) = \mu_0 i_c$$

dove per corrente concatenata si intende quella che attraversa una qualunque superficie avente come contorno la linea lungo la quale si calcola la circuitazione.



Poiché alla circonferenza inscritta nel triangolo PQR non si concatenano correnti, ossia la circonferenza non è attraversata da correnti, allora la circuitazione del campo magnetico risultante lungo la circonferenza inscritta nel triangolo *PQR* è nulla:

$$C(\vec{B}) = 0$$



Se il percorso chiuso comprende al suo interno i tre fili, allora percorrendo la linea chiusa in verso antiorario, le correnti uscenti dal foglio i_R = 5 A e i_Q = 10 A sono positive, invece la corrente entrante nel foglio i_P = 5 A è negativa. Pertanto la corrente totale concatenata con la linea chiusa è:

$$i_c = i_R + i_Q - i_P = 5 + 10 - 5 = 10\ \mathrm{A}$$

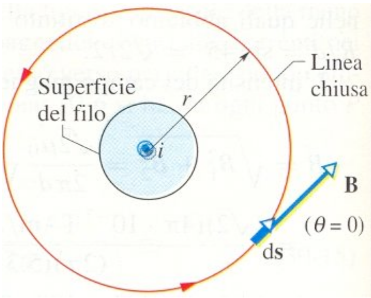
per cui, la circuitazione del campo magnetico risultante lungo il percorso chiuso comprendente al suo interno i tre fili è:

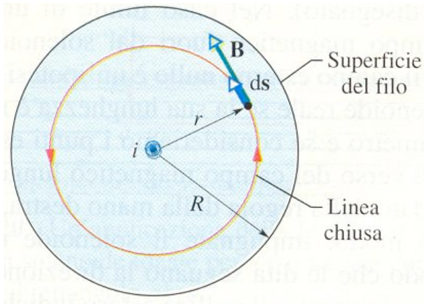
$$C(\vec{B}) = 4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 10 = 4\pi \cdot 10^{-6}\ \mathrm{T}$$

PROBLEMA 21

Un cavo del diametro di 2,0 mm è percorso da una corrente di 0,1 A.

1. Calcolare il campo magnetico prodotto dal filo in funzione della distanza r dall'asse del filo;





SOLUZIONE

Il sistema descritto nell'esercizio ha simmetria cilindrica per cui le linee di campo magnetico devono essere circonferenze concentriche all'asse di simmetria del filo e poste in un piano perpendicolare ad esso. Inoltre, e per la stessa ragione, lungo ogni linea di campo il modulo di **B** è costante, mentre la direzione è quella tangente alla linea chiusa (fig. 1).
Per queste ragioni è facile calcolare la circuitazione di **B** lungo un cammino (una circonferenza) che coincide, in forma e verso di percorrenza, con una linea di campo che dista r dall'asse di simmetria:

$$C(\vec{B}) = B \cdot 2\pi r$$

Pertanto la legge di Ampère assume una forma particolarmente semplice:

$$C(\vec{B}) = \mu_0 I \Rightarrow 2\pi r B = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \cdot \left(\frac{1}{r}\right) \qquad (r > R) \quad (1)$$

dove la corrente ha segno positivo per la regola della mano destra.

Nel caso in cui $r < R$, tenendo conto delle stesse considerazioni di simmetria precedenti, e che la corrente è uniformemente distribuita sulla sezione del filo (fig.2), si ha:

$$C(\vec{B}) = \mu_0 I = 2\pi r B$$

La corrente da considerare, però, non è quella complessiva I, ma solo una frazione, cioè quella all'interno della linea chiusa. Tale frazione vale:

$$I_{ch} = I\left(\frac{\pi r^2}{\pi R^2}\right)$$

ed il cui segno è positivo per la regola della mano destra.

Quindi la legge di Ampère assume la forma:

$$2\pi r B = \mu_0 I \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow B = \left(\frac{\mu_0 I}{2\pi R^2}\right) \cdot r \qquad (2)$$

Considerazioni:

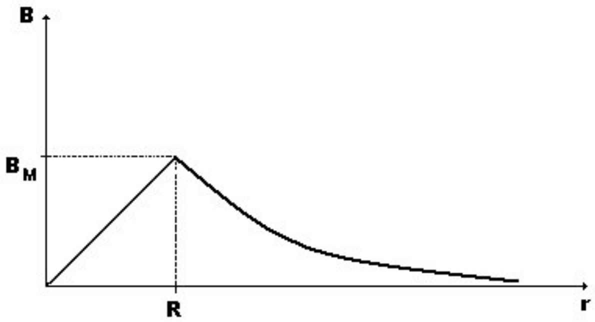
- Per r > R il campo **B** varia in maniera inversamente proporzionale alla distanza r;

- Per r < R, ossia all'interno del filo, il campo **B** è direttamente proporzionale ad r partendo dal valore zero al centro del filo ed assumendo il valore massimo sulla superficie del filo dove r = R.

Pertanto, le espressioni per il campo magnetico all'esterno del filo. equazione (1), e all'interno del filo, equazione (2), danno lo stesso risultato per i punti appartenenti alla superficie del filo stesso:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 0{,}1}{2\pi \cdot 10^{-3}} = 2 \cdot 10^{-3}\,T$$

Rappresentazione grafica

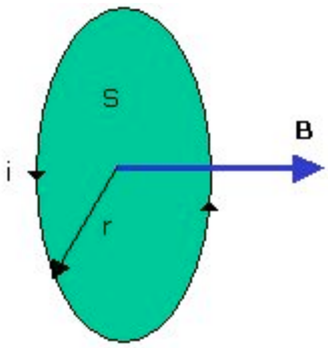


PROBLEMA 22

Qual è il modulo massimo del momento meccanico agente su una bobina percorsa da una corrente d'intensità 5,0 A e formata da 100 spire circolari di raggio 2,0 cm, quando viene posta in un campo di induzione magnetica di 0,50 T?

SOLUZIONE

Per definizione il momento meccanico agente su una bobina formata da N spire di area S, percorse dalla corrente i ed immerse in un campo d'induzione magnetica B è dato da:



$$M = NiSB\text{sen}\alpha$$

per cui, il momento M è massimo quando senα = 1 ossia quando **B** forma con S un angolo di 90°:

$$M = NiSB = 100 \cdot 5{,}0 \cdot 0{,}0013 \cdot 0{,}50 = 0{,}31\,N \cdot m$$

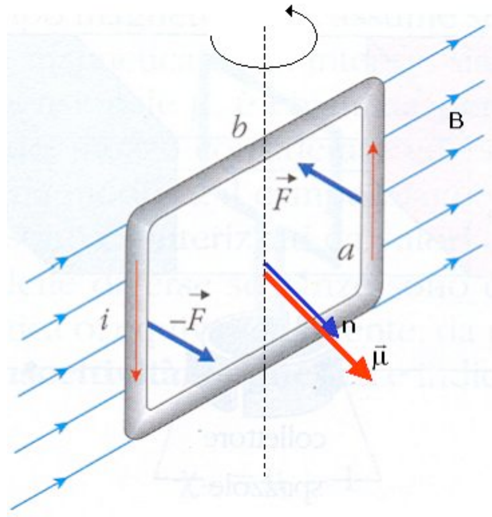
dove: $S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 0{,}02^2 = 0{,}0013\,m^2$

PROBLEMA 23

Una bobina rettangolare, formata da 30 spire di dimensioni (20x30) cm^2 ciascuna, è sospesa in un campo d'induzione magnetica di modulo 0,10 T, con il suo piano parallelo al campo magnetico.

Calcolare:

1. il vettore momento magnetico della bobina quando è percorsa da un'intensità di corrente pari a 2,0 A;
2. il modulo del momento meccanico agente sulla bobina



SOLUZIONE

1. Per definizione il modulo del momento magnetico della bobina è:

$$\mu = iS = 30 \cdot 2{,}0 \cdot 0{,}2 \cdot 0{,}3 = 3{,}6\ \mathrm{A \cdot m^2}$$

mentre la sua direzione è perpendicolare al piano della spira e verso coincidente con quello del versore **n** (vettore unitario perpendicolare al piano della spira orientato secondo il pollice della mano destra e le altra dita avvolte nel verso della corrente).

2. Per definizione il momento meccanico, noto **μ**, è definito come:

$$\vec{M} = \vec{\mu} \otimes \vec{B}$$

per cui il modulo di **M**, per come è orientata la bobina, vale:

$$M = 3{,}6 \cdot 0{,}10 = 0{,}36\,\mathrm{N \cdot m}$$

Il momento torcente **M** fa ruotare la bobina intorno a un asse passante per il suo centro di massa.